Шибаева Татьяна Игоревна

преподаватель математики

Санкт-Петербургское государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение

«Колледж «Красносельский»

г. Санкт – Петербург

УРОК ПО ТЕМЕ «СИНУС СУММЫ И РАЗНОСТИ ДВУХ АРГУМЕНТОВ»
(I КУРС, 10 КЛАСС)

Цели урока:

<u>*Обучающая цель урока:*</u> Вывести формулы синуса суммы и разности двух аргументов, научиться применять эти формулы при решении упражнений, в конце урока написать самостоятельную работу.

<u>*Развивающая цель урока:*</u> Закрепление навыков использования различных тригонометрических формул. Способствовать развитию аналитико-синтетического мышления, смысловой памяти и произвольного внимания, развитию внимательности, целеустремленности, настойчивости.

<u>*Воспитательная цель урока:*</u> Воспитание дисциплинированности,

внимательности, упорства, трудолюбия, самостоятельности, аккуратности ведения записей. Способствовать развитию творческой активности, потребности к самообразованию.

Оборудование:

1.Таблицы:

a).Тригонометрические формулы

b). Четность и нечетность тригонометрических функций

c). Значения тригонометрических функций

d).$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta - \sin\alpha \cdot \sin\beta$

$\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta + \sin\alpha \cdot \sin\beta$

$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta+\cos\alpha\cdot\sin\beta$

$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta-\cos\alpha\cdot\sin\beta$

2. Плакаты:

a). $\cos\left(\frac{\pi}{2}-\gamma\right)=\sin\gamma$

b). $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\gamma\right)=\cos\gamma$,

3. Проектор

4. Карточки – раскладушки для устного решения примеров.

5. Карточки: «Найди ошибку»

7. Оформление вертящейся доски (обратной стороны).

8. Запись на проекторе упражнений, которые будут решены на уроке.

9. Задания для выполнения самостоятельной работы.

10. **План урока:** (записан спереди на вертящейся доске)

a).Повторение изученного материала.

b).Вывод формул:

$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta+\cos\alpha\cdot\sin\beta$

$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta-\cos\alpha\cdot\sin\beta$

c).Решение упражнений

d). Самостоятельная работа учащихся.

e). Подведение итогов урока

Ход урока:

I.*Домашнее задание:* п.28, №485(1, 3), 486(1), 487(1).

II. *Устно:*

a).Вспомнить формулы $\cos(\alpha+\beta)$ и $\cos(\alpha-\beta)$

Проектор: $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta-\sin\alpha\cdot\sin\beta$

$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta+\sin\alpha\cdot\sin\beta$

b).Вычислить: $\cos(-45^{\circ})=$;

$\sin(-30^{\circ})=$

c). Упростить: $\cos\left(\frac{\pi}{2}-\gamma\right)=$;

$\sin\left(\frac{\pi}{2}-\gamma\right)=$

d). Вычислить: $\cos(-16^\circ)\cdot\cos14^\circ+\sin16^\circ\cdot\sin(-14^\circ)=$

Ответ: $\cos(-16^\circ)\cdot\cos14^\circ+\sin16^\circ\cdot\sin(-14^\circ)=$

$=\cos16^\circ\cdot\cos14^\circ-\sin16^\circ\cdot\sin14^\circ=\cos(16^\circ+14^\circ)=$

$=\cos30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$

III.*Новый материал:*

Учащиеся записывают учебный материал (проектируется с помощью проектора):

Теорема: Для любых действительных чисел *α и β* верны равенства:

$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta+\cos\alpha\cdot\sin\beta \qquad (1)$

$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta-\cos\alpha\cdot\sin\beta \qquad (2)$

Доказательство: Для доказательства теоремы воспользуемся формулами:

$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta-\sin\alpha\cdot\sin\beta$

$\cos\left(\frac{\pi}{2}-\gamma\right)=\sin\gamma$

$\sin\left(\frac{\pi}{2}-\gamma\right)=\cos\gamma$,

а также свойством четности косинуса и нечетности синуса:

$\cos(-\alpha)=\cos\alpha \qquad \sin(-\alpha)=-\sin\alpha$

$\sin(\alpha+\beta)=\cos\left(\frac{\pi}{2}-(\alpha+\beta)\right)=\cos\left(\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)-\beta\right)=$

$=\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)\cdot\cos\beta+\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)\cdot\sin\beta=$

$=\sin\alpha\cdot\cos\beta+\cos\alpha\cdot\sin\beta$

$$\boxed{\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta+\cos\alpha\cdot\sin\beta}$$

Для доказательства равенства (2) заменим в формуле (1) β на $-\beta$

$\sin(\alpha-\beta)=\sin(\alpha+(-\beta))=\sin\alpha\cdot\cos(-\beta)+\cos\alpha\cdot\sin(-\beta)=$

$=\sin\alpha\cdot\cos\beta-\cos\alpha\cdot\sin\beta$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta - \cos\alpha \cdot \sin\beta$$

Прочесть с учащимися формулы и обратить внимание учеников как лучше

запомнить формулы.

IV.*<u>Закрепление:</u>*

1. Ученик решает у доски. Класс записывает решение.

$\sin75^\circ = \sin(30^\circ + 45^\circ) = \sin30^\circ \cdot \cos45^\circ + \cos30^\circ \cdot \sin45^\circ =$

$= \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4} \cdot (1 + \sqrt{3})$

<u>Эта тема имеет огромное практическое значение. Без помощи таблиц, калькулятора, компьютера с помощью этих формул найдено точное значение</u> $\sin75^\circ$.

2.Упростить: $\cos\alpha \cdot \sin5\alpha - \sin\alpha \cdot \cos5\alpha$

Ученик решает у доски. Класс записывает решение.

$\cos\alpha \cdot \sin5\alpha - \sin\alpha \cdot \cos5\alpha = \sin(5\alpha - \alpha) = \sin4\alpha$

3.*<u>Устно</u>*(с помощью проектора):

$\frac{1}{2} \cdot \cos75^\circ - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin75^\circ = \sin30^\circ \cdot \cos75^\circ - \cos30^\circ \cdot \sin75^\circ =$

$= \sin(30^\circ - 75^\circ) = \sin(-45^\circ) = -\sin45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

(Учащиеся записывают решение.)

4. *<u>Устно:(Карточка – раскладушка или проектор)</u>*

$\frac{\sin38^\circ \cdot \cos12^\circ + \cos(-38^\circ) \cdot \sin12^\circ}{\cos40^\circ \cdot \cos10^\circ + \sin(-40^\circ) \cdot \sin10^\circ} = \frac{\sin38^\circ \cdot \cos12^\circ + \cos38^\circ \cdot \sin12^\circ}{\cos40^\circ \cdot \cos10^\circ - \sin40^\circ \cdot \sin10^\circ} = \frac{\sin(38^\circ + 12^\circ)}{\cos(40^\circ + 10^\circ)} =$

$= \frac{\sin50^\circ}{\cos50^\circ} = \mathrm{tg}50^\circ$

5. Доказать тождество: $\sin(30^\circ + x) \cdot \cos x - \cos(30^\circ + x) \cdot \sin x = \frac{1}{2}$

Ученик решает у доски. Класс записывает решение.

$\sin(30^\circ + x) \cdot \cos x - \cos(30^\circ + x) \cdot \sin x = \sin(30^\circ + x - x) = \sin30^\circ = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$, что и требовалось доказать.

6. *Устно:(Карточка – раскладушка или проектор)*

$\sin\frac{\pi}{6}\cdot\cos\frac{\pi}{3}+\sin\frac{\pi}{3}\cdot\cos\frac{\pi}{6}=\sin\left(\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{3}\right)=\sin\frac{3\pi}{6}=\sin\frac{\pi}{2}=1$

7. Решить уравнение:$\sin 3x\cdot\cos x - \sin x\cdot\cos 3x = 1$

Ученик решает у доски. Класс записывает решение.

$\sin 3x\cdot\cos x - \sin x\cdot\cos 3x = 1$

$\sin(3x - x) = 1$

$\sin 2x = 1$

$2x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$

$x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$

Ответ:$\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$

8. *Устно:* Найдите ошибки в примерах:

а). $\sin\frac{\pi}{3}\cdot\cos\frac{\pi}{5}+\cos\frac{\pi}{3}\cdot\sin\frac{\pi}{5}=\cos\frac{5\pi+3\pi}{15}=\cos\frac{8\pi}{15}$

b). $\sin 70^\circ\cdot\cos 20^\circ+\sin 20^\circ\cdot\cos 70^\circ=\sin(70^\circ-20^\circ)=\sin 50^\circ$

c).$\cos 7\alpha\cdot\sin 3\alpha-\cos 3\alpha\cdot\sin 7\alpha=\sin(7\alpha-3\alpha)=\sin 4\alpha$

9. Продолжите решение примера:

$\sin\left(\frac{\pi}{3}+\alpha\right)=\sin\frac{\pi}{3}\cdot ?+\sin\alpha\cdot\ ?$

V. Самостоятельная работа.

№	Вариант I	№	Вариант II
1.	Вычислите не пользуясь таблицами значение $\sin 105^\circ$	1.	Вычислите не пользуясь таблицами значение $\sin 15^\circ$
2.	Упростите: $\cos\alpha\cdot\sin 3\alpha-\sin\alpha\cdot\cos 3\alpha$	2.	Упростите: $\cos\frac{\pi}{7}\cdot\sin\frac{8\pi}{7}-\sin\frac{\pi}{7}\cdot\cos\frac{8\pi}{7}$
3.	Вычислите: $\frac{\cos 65^\circ\cdot\cos 40^\circ-\sin 65^\circ\cdot\sin(-40^\circ)}{\sin 17^\circ\cdot\cos 8^\circ+\cos(-17^\circ)\cdot\sin 8^\circ}$	3.	Вычислите: $\frac{\sin 15^\circ\cdot\cos 20^\circ-\cos 15^\circ\cdot\sin(-20^\circ)}{\cos 15^\circ\cdot\cos(-20^\circ)-\sin 15^\circ\cdot\sin 20^\circ}$

VI.Самопроверка и выставление оценок за урок.VII. Подведение итогов урока.

№	Вариант I	№	Вариант II
1.	Вычислите не пользуясь таблицами значение $\sin 105^\circ$ *Решение:* $\sin 105^\circ = \sin(60^\circ + 45^\circ) =$ $= \sin 60^\circ \cdot \cos 45^\circ + \cos 60^\circ \cdot \sin 45^\circ =$ $= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4} \cdot (\sqrt{3} + 1)$	1.	Вычислите не пользуясь таблицами значение $\sin 15^\circ$ *Решение:* $\sin 15^\circ = \sin(60^\circ - 45^\circ) =$ $= \sin 60^\circ \cdot \cos 45^\circ - \cos 60^\circ \cdot \sin 45^\circ =$ $= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4} \cdot (\sqrt{3} - 1)$
2.	Упростите: $\cos\alpha \cdot \sin 3\alpha - \sin\alpha \cdot \cos 3\alpha =$ $= \sin(3\alpha - \alpha) = \sin 2\alpha$	2.	Упростите: $\cos\frac{\pi}{7} \cdot \sin\frac{8\pi}{7} - \sin\frac{\pi}{7} \cdot \cos\frac{8\pi}{7} =$ $= \sin\left(\frac{8\pi}{7} - \frac{\pi}{7}\right) = \sin\frac{7\pi}{7} = \sin\pi = 0$
3.	Вычислите: $\frac{\cos 65^\circ \cdot \cos 40^\circ - \sin 65^\circ \cdot \sin(-40^\circ)}{\sin 17^\circ \cdot \cos 8^\circ + \cos(-17^\circ) \cdot \sin 8^\circ} =$ $= \frac{\cos 65^\circ \cdot \cos 40^\circ + \sin 65^\circ \cdot \sin 40^\circ}{\sin 17^\circ \cdot \cos 8^\circ + \cos 17^\circ \cdot \sin 8^\circ} = \frac{\cos(65^\circ - 40^\circ)}{\sin(17^\circ + 8^\circ)} =$ $= \frac{\cos 25^\circ}{\sin 25^\circ} = \mathrm{ctg}\, 25^\circ$	3.	Вычислите: $\frac{\sin 15^\circ \cdot \cos 20^\circ - \cos 15^\circ \cdot \sin(-20^\circ)}{\cos 15^\circ \cdot \cos(-20^\circ) - \sin 15^\circ \cdot \sin 20^\circ} =$ $= \frac{\sin 15^\circ \cdot \cos 20^\circ + \cos 15^\circ \cdot \sin 20^\circ}{\cos 15^\circ \cdot \cos 20^\circ - \sin 15^\circ \cdot \sin 20^\circ} =$ $= \frac{\sin(15^\circ + 20^\circ)}{\cos(15^\circ + 20^\circ)} = \frac{\sin 35^\circ}{\cos 35^\circ} = \mathrm{tg}\, 35^\circ$

Литература:

1. Алгебра и начала анализа: учеб.для 10 -11 кл. общеобразоват. учреждений [Ш. А. Алимов, Ю.М. Колягин, Ю.В. Сидоров и др.].-15-е изд.- М.: Просвещение, 2007. – 384 с.: ил. – ISBN 978-5-09-017284-4.

2.. Алгебра и начала анализа: Учеб. для 10 -11 кл. общеобразоват. учреждений /А.Н. Колмогоров, А.М. Абрамов, Ю.П. Дудницын и др.; Под редА.Н. Колмогорова.-13-е изд.- М.: Просвещение, 2003. – 384 с.: ил. – ISBN5-09-011829-9; 5-263-00214-9.