

Рябуха Александра Анатольевна

ученица 5а класса

Руководитель:

Кохан Наталья Семеновна

учитель математики

Государственное бюджетное общеобразовательное учреждение города Москвы
«Школа с углубленным изучением английского языка № 1381»

г.Москва

ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ РАБОТА ПО МАТЕМАТИКЕ.

СБОРНИК ЗАДАЧ ПО МАТЕМАТИКЕ

Глава I. Введение

Впервые задачи на составление уравнений учащиеся рассматривают в 5 классе. При изучении этой темы, они сталкиваются с трудностями, связанными как с осмыслением текста задачи, так и с выбором неизвестного. На протяжении средней и старшей школы, эта тема затрагивается не только в курсе математики, но и в смежных науках: физике, химии. Постепенно учащиеся овладевают навыками составления уравнений и переходят к решению более сложных и нестандартных задач.

Интерес к этой теме вызван ещё и тем, что в наше время создаётся много коммерческих структур, и человеку, занимающемуся бизнесом, приходится решать задачи, связанные с производительностью, процентами, транспортировкой. Поэтому выпускники школы должны уметь решать подобного рода задачи. К тому же эти задачи развивают логическое мышление, интуицию, повышают культуру умственного труда.

Работа состоит из трёх глав. Две главы посвящены выше перечисленным типам задач и разделены на два уровня сложности. Третья глава посвящена результатам проведения контрольных тестов. Первый уровень – базовые задачи, не содержащие нагромождений, многих трудностей логического,

27 августа 2016г.

Четвертая летняя Всероссийская конференция 2016 года
"Актуальные проблемы теории и практики образования"

смыслового и вычислительного характера. В результате решения этих задач, учащие овладевают умениями и навыками, необходимыми для успешного прохождения этой темы. Второй уровень – задачи повышенной трудности, для решения которых необходимо проявить элементы творчества. Эти задачи адресованы учащимся, проявляющим повышенный интерес к изучению математики.

После каждого занятия учащимся предлагаются задачи для самостоятельного решения.

Цель: Создать сборник текстовых задач, решения которых сводятся к составлению уравнения на основании условия задачи.

Предмет: Задачи следующих типов:

1. Задачи на движение.
2. Задачи экономического содержания.

Задачи:

- Рассмотреть классы задач, объединенные общей идеей.
- Проанализировать особенности этих классов.
- Показать примеры решения задач каждого класса.
- Создать дидактический материал.
- Проверить качество проработанного материала.

Гипотеза:

На основании цели и предмета исследования сформулирована гипотеза, которая заключается в том, что в ходе исследования процесс формирования развития смекалки, воображения, творческого мышления подростков будет более эффективным.

Методы исследования:

- ✓ анализ литературы;
- ✓ беседы;
- ✓ анкетирование.

27 августа 2016г.

Четвертая летняя Всероссийская конференция 2016 года
"Актуальные проблемы теории и практики образования"

Практическая значимость работы заключается в том, что составление и решение задач помогают сформировывать не только математические представления, но и приобщают детей к активной умственной деятельности, умению выделять главные свойства предметов и явлений, развивают активность, наблюдательность, смекалку, учат делать умозаключения, строить высказывания, суждения, формируют быстроту реакции.

Глава II. Историческая справка

Недостаточно лишь понять задачу, необходимо желание решить ее.

Без сильного желания решить трудную задачу невозможно, но при наличии такового возможно. Где есть желание, найдется путь! (Пойа Д).

Искусство решать уравнения зародилось у вавилонян, у которых для него было специальное название, перешедшее в арабский язык. В рассказе о вавилонской математике было уже сказано, что вавилоняне решали уже уравнения 1-ой и 2-ой степени, а при помощи таблиц – и некоторые виды уравнений 3-ей степени. Узбекский математик Аль-Хорезми написал свою книгу в начале IX века, которая, переведенная в XVII веке на латинский язык, стала родоначальником европейских учебников алгебры, называется “Китаб-ал-джабр вал-мукабала”, что в переводе означает “Книга о восполнении и противопоставлении”. “Восполнение” означает превращение вычитаемого (по современному “отрицательного”) числа в положительное при переносе его из одной половины уравнения в другую. Так как в те времена отрицательные числа не считались настоящими числами, то операция “ал – джабр” (алгебра), как бы возвращающая число из небытия в бытие, казалась чудом этой науки, которую в Европе после этого называли “великим искусством” рядом с “малым искусством” - арифметикой.

27 августа 2016г.

Четвертая летняя Всероссийская конференция 2016 года
"Актуальные проблемы теории и практики образования"

Глава III. Решение задач

3.1. Задачи на движение

3.1.1. Базовые задачи

Основным компонентом задач «на движение» являются:

- а) пройденный путь (s);
- б) скорость (v);
- с) время (t)

Зависимость между указанными величинами выражается известными формулами:

$$s = v \cdot t; \quad v = \frac{s}{t}; \quad t = \frac{s}{v} \quad (1)$$

План решения обычно сводится к следующему:

- а) Выбираем одну из величин, которая по условию задачи является неизвестной, и обозначаем ее через x , y или z и т. д.
- б) Устанавливаем, какая из величин является по условию задачи известной;
- с) Третью (из оставшихся) величину выражаем через неизвестную (x) и известную с помощью одной из формул (1);
- д) Составляем уравнение на основании условия задачи, в котором указано, как именно изменилась (уменьшилась, увеличилась и т. д.) третья величина.

Если два каких-либо тела начинают движение одновременно, то в случае, если они встречаются, каждое с момента выхода и до встречи затрачивает, очевидно, одинаковое время. Аналогично обстоит дело и в случае, если одно тело догоняет другое.

Если же тела выходят в разное время, то до момента встречи из них затрачивает времени больше то, которое выходит раньше.

В задачах «на движение по реке» необходимо помнить следующие формулы:

27 августа 2016г.

Четвертая летняя Всероссийская конференция 2016 года
"Актуальные проблемы теории и практики образования"

$$V_{\text{по течению}} = V_{\text{собственное}} + V_{\text{течения}};$$

$$V_{\text{против течения}} = V_{\text{собственное}} - V_{\text{течения}};$$

$$V_{\text{собственное}} = \frac{V_{\text{по течению}} + V_{\text{против течения}}}{2}$$

К задачам «на движение» относятся так же и задачи, в которых кто-либо выполняет какую-нибудь работу, или задачи, связанные с наполнением и опорожнением резервуаров. В задачах такого типа работа или объем резервуара играет роль расстояния, а производительность объектов, совершающих работу, аналогичными скоростями движения.

В задачах на составление уравнений вообще, и в первую очередь в задачах «на движение», полезно составить иллюстративный чертеж. Это чертеж следует делать таким, чтобы на нем была видна динамика движения со всеми характерными моментами – встречами, остановками и поворотами. Хороший чертеж позволяет понять содержание задачи, не заглядывая в ее текст.

Задача №1. Путь до поселка в 3 раза короче, чем до города. При этом путь до города на 26 км больше, чем до поселка. Каков был путь до поселка?

Решение

Пусть путь до поселка равен X км, тогда путь до города – $(3X)$ км, путь до города на $(3X - X)$ км больше, что по условию задачи равно 26. Составим уравнение.

$$3X - X = 26$$

$$2X = 26$$

$$X = 26 : 2$$

$$X = 13, \text{ т.е. путь до поселка равен } 13 \text{ км.}$$

Ответ: 13 км.

Задача №2.

Два поезда вышли одновременно навстречу друг другу из двух городов, расстояние между которыми 600 км. Скорость первого поезда 70 км/ч, а скорость второго 80 км/ч. Какое расстояние было между поездами через 3 ч после выхода?

27 августа 2016г.

Четвертая летняя Всероссийская конференция 2016 года
"Актуальные проблемы теории и практики образования"



Решение.

Пусть X км – расстояние между поездами через 3 ч после выхода, тогда получаем уравнение:

$$(70+80)*3+X=600$$

$$150*3+X=600$$

$$450+X=600$$

$$X=600-450$$

$X = 150$, т.е расстояние между поездами через три часа равно 150 км.

Ответ: 150 км.

Задача №3.

Два теплохода движутся навстречу друг другу. Собственная скорость теплохода, идущего по течению 22 км/ч, а теплохода, идущего против течения - 18 км/ч. Через какое время теплоходы встретятся, если сейчас между ними 160 км, а скорость течения реки 2 км/ч?

Решение.

$$22+2=24 \text{ (км/ч)} - \text{ скорость теплохода, идущего по течению}$$

$$18-2=16 \text{ (км/ч)} - \text{ скорость теплохода идущего против течения}$$

Пусть теплоходы встретятся через t часов, тогда $(24t)$ км – расстояние, которое пройдет теплоход по течению, $(16t)$ км – расстояние, которое пройдет теплоход против течения. Составим уравнение.

$$22t+16t=160$$

$$40t=160$$

27 августа 2016г.

Четвертая летняя Всероссийская конференция 2016 года
"Актуальные проблемы теории и практики образования"

$$t=160:40$$

$t=4$, т.е теплоходы встретятся через 4 часа.

Ответ: через 4 часа.

Задача №4.

Скорость вращения Меркурия в 2 раза больше, чем скорость вращения Марса. Найдите скорость вращения Марса, если она меньше скорости вращения Меркурия на 24 км/с.

Решение.

Пусть скорость вращения Марса X км/с, тогда скорость вращения Меркурия – $(2X)$ км/с. Составим уравнение.

$$2X-X=24$$

$X=24$, т. е. скорость вращения Марса 24 км/с.

Ответ: 24 км/с.

3.1.2. Задачи повышенной трудности на основе базовых

Задача №1.

Из двух аэропортов, расстояние между которыми 172 км, одновременно навстречу друг другу вылетели два самолета, собственная скорость каждого равна 115 км/ч. При этом один из них летел при попутном ветре, а второй при встречном. Через какое время они встретятся?

Решение.

Ветер не имеет значения при решении задачи, т.к. действует на оба самолета одинаково и относительно ветра они сохраняют свою скорость. Действительно, пусть до встречи они летели X часов, V - скорость ветра, тогда $(43+V)$ км/ч – скорость самолета при попутном ветре, а $(43-V)$ км/ч – при встречном. Составим уравнение.

$$((43 + V) + (43 - V)) * X = 172$$

$$(43+V+43-V) * X = 172$$

$$86X = 172$$

27 августа 2016г.

Четвертая летняя Всероссийская конференция 2016 года
"Актуальные проблемы теории и практики образования"

$X = 2$, т.е. аэропланы встретятся через 2 часа.

Ответ: через 2 часа.

Задача №2.

Летом мы семьей ездили в Казахстан в гости к папиной сестре на своей машине. Несколько часов мы ехали со скоростью 75 км/ч, а потом папа снизил скорость на 15 км/ч. И мы с такой скоростью ехали 2 часа. Всего мы проехали 345 км. Сколько часов мы ехали со скоростью 75 км/ч?

Решение.

Пусть X часов ехали со скоростью 75 км/ч, тогда составим уравнение:

$$75X + 2 \cdot (75 - 15) = 345,$$

$$75X + 2 \cdot 60 = 345,$$

$$75X = 345 - 120,$$

$$75X = 225,$$

$$X = 225 : 75,$$

$$X = 3.$$

Ответ: 5 часов.

3.2. Задачи экономического содержания

3.2.1. Базовые задачи

Задача №1.

Девочка хотела купить подарок своей маме. Она купила юбку, блузку и туфли. Юбка стоила 2500 рублей, блузка – на 1000 рублей дешевле. Сколько стоили туфли, если девочка потратила все 7000 рублей?

Решение.

Пусть X – цена туфель. Тогда получаем уравнение:

$$2500 + (2500 - 1000) + X = 7000$$

$$2500 + 1500 + X = 7000$$

$$4000 + X = 7000$$

$$X = 7000 - 4000$$

27 августа 2016г.

Четвертая летняя Всероссийская конференция 2016 года
"Актуальные проблемы теории и практики образования"

$$X=3000$$

Ответ: 3000 рублей - цена туфель.

Задача №2.

Мама покупала в магазине овощи и фрукты. За овощи она заплатила на 90 рублей меньше чем за фрукты, а за фрукты заплатили в 2 раза больше, чем за овощи. Сколько мама заплатила за овощи и за фрукты по отдельности?

Решение.

Пусть за овощи мама заплатила X рублей. Тогда:

$$X + 90 = 2X,$$

$$X = 90,$$

$$2X = 2 * 90 = 180 \text{ (рублей).}$$

Ответ: за фрукты мама заплатила 180 рублей, за овощи 90 рублей.

Задача №3.

Для космонавтов готовят мороженое, которое содержит 7 частей воды, 2 части молочного жира и 2 части сахара (по массе). Сколько потребуется сахара для приготовления 4400 г мороженого?

Решение.

Пусть масса одной части мороженого X г. Составим уравнение:

$$7X+2X+2X=4400$$

$$11X=4400$$

$$X=4400:11$$

$X=400$, значит, масса одной части 400 г, тогда сахара – 800 г.

Ответ: 800 г

Задача №4.

Для приготовления вишневого варенья на 2 части вишни берут 3 части сахара (по массе). Сколько вишни и сколько сахара пошло на варенье, если сахара пошло на 7 кг 600г больше, чем вишни?

Решение.

1) Пусть масса одной части X г, тогда вишни – $(2X)$ г, сахара – $(3X)$ г и его

27 августа 2016г.

Четвертая летняя Всероссийская конференция 2016 года
"Актуальные проблемы теории и практики образования"

больше на 7 кг 600 г

Составим и решим уравнение.

$$3X - 2X = 7600$$

$X = 7600$, т. е. масса одной части-7600 г.

2) $7600 * 2 = 15200$ (г) - масса вишни

3) $7600 * 3 = 22800$ (г) - масса сахара

Ответ: 15200 г вишни и 22800 г сахара пошло на варенье.

Задача №5.

Мама купила 8 кг сахара и заплатила 200 рублей. Прошло несколько месяцев. Семья у нас большая. В ней много детей. Мы все сладкоежки. Сахар быстро закончился. Мама послала меня в магазин. Но сахар уже подорожал на 3 рубля за килограмм. Сколько килограммов сахара я могу теперь купить на 200 рублей? Получу ли сдачу?

Решение.

Пусть X руб. стоил 1 кг сахара, тогда $8X$ равно 200. Составим уравнение:

$$8X = 200,$$

$$X = 200:8,$$

$$X = 25.$$

$$25+3=28(\text{руб.}) \text{ стал стоить } 1\text{кг сахара}$$

$$200:28=7 (\text{ост.}1) \text{ можно купить}$$

Ответ: 7 кг, 1 руб. сдачи.

3.2.2. Задачи повышенной трудности на основе базовых

Задача №1.

Стоимость фломастеров и тетрадей вместе составляет 276 рублей, стоимость фломастеров составляет третью часть стоимости книги, а тетради на 60 рублей дороже книги. Сколько стоят тетради?

Решение.

Пусть книги стоят X рублей, тогда $(X+60)$ рублей стоят тетради, а фломастеры –

27 августа 2016г.

Четвертая летняя Всероссийская конференция 2016 года
"Актуальные проблемы теории и практики образования"

($X:3$) рублей. Составим уравнение:

$$X : 3 + X + 60 = 276,$$

$$X : 3 = 276 - 60 - X$$

$$X : 3 = 216 - X$$

$$X = 648 - 3X$$

$$X + 3X = 648$$

$$4X = 648$$

$$X = 648 : 4$$

$X = 162$, т.е. книги стоят 162 рубля.

$162 + 60 = 222$ (руб.) – стоят тетради.

Ответ: 222 рубля.

Задача №2.

Задача от Степана Свиридова. Летом мы делали в квартире ремонт. Покупали белую и зеленую краски. Мама любит салатовый цвет и в каждую банку белой краски добавляет по 1 кг зеленой. Для всего ремонта нам понадобилось 25 кг белой и зеленой краски. Сколько кг в одной банке белой краски, если всего добавили 5 кг зеленой, а белой купили 5 банок?

Решение.

Пусть X кг в одной банке белой краски, тогда $5X + 5$ равно 25. Составим уравнение:

$$5X + 5 = 25,$$

$$5X = 25 - 5,$$

$$5X = 20,$$

$$X = 20 : 5,$$

$$X = 4.$$

Ответ: 4 банки.

Задача №3.

Мой брат Роман работает в строительной фирме. Он выполняет заказы населения на стройматериалы. В прошлом месяце он выполнил заказов на сумму 21750 рублей. Среди них было несколько заказов по 1200 руб. и еще 3 заказа по 850 руб.

27 августа 2010г.

Четвертая летняя Всероссийская конференция 2016 года
"Актуальные проблемы теории и практики образования"

Сколько было заказов по 1200 рублей?

Пусть X заказов по 1200 руб. было у Романа, тогда $1200X + 3 \cdot 850$ равно 21750.

Составим уравнение:

$$1200X + 3 \cdot 850 = 21750,$$

$$1200X + 2550 = 21750,$$

$$1200X = 21750 - 2550,$$

$$1200X = 19200,$$

$$X = 19200 : 1200,$$

$$X = 16.$$

Ответ: 16 заказов.

Задача №4.

Чтобы испечь хлеб для царя, Василиса Премудрая взяла 10 частей воды, 5 частей муки и 2 части масла (по массе). Сколько граммов каждого вещества надо взять, чтобы приготовить каравай хлеба весом 3 кг 400 г?

Решение.

Пусть X г – вес одной части. Составим уравнение.

$$5X + 10X + 2X = 3400$$

$$17X = 3400$$

$$X = 3400 : 17$$

$$X = 200, \text{ т.е. масса одной части} - 200 \text{ г}$$

$$1) 5 \cdot 200 = 1000 \text{ (г)} = 1 \text{ (кг)} - \text{масса мук}$$

$$2) 10 \cdot 200 = 2000 \text{ (г)} = 2 \text{ (кг)} - \text{масса воды}$$

$$3) 2 \cdot 200 = 400 \text{ (г)} - \text{масса масла.}$$

Ответ: 1000 г, 2000 г, 400 г

Задача №5.

В смеси цукатов содержится 3 части авокадо, 4 части киви, 7 частей бананов, 2 части ананасов. Какова масса смеси цукатов, если в ней бананов больше, чем киви на 177 г?

Решение.

27 августа 2016г.

Четвертая летняя Всероссийская конференция 2016 года
"Актуальные проблемы теории и практики образования"

Пусть X граммов - масса одной части, тогда авокадо $-(3X)$ г, киви $-(4X)$ г, бананы $-(7X)$ г, ананасы $-(2X)$ г.

1) Так как бананов больше, чем киви на 177 г, составим и решим уравнение:

$$7X - 4X = 177$$

$$3X = 177$$

$$X = 59, \text{ т. е. масса одной части} - 59 \text{ г}$$

2) $3X + 4X + 7X + 2X = 16X$ (г) - масса смеси

Так как $X = 59$, то $59 * 16 = 944$ г - масса смеси цукатов

Ответ: 944 г

3.2.3. Задачи для самостоятельного решения

Задача №1.

Мой папа – фермер. У нас есть личное поголовье крупного рогатого скота. Всего 320 голов. На сколько увеличится общий надой молока за 1 день, если сейчас у нас в поголовье 5 быков, 160 телок, а остальные – дойные коровы, но папа планирует закупить еще 15 коров? Средний удой от одной коровы в день считать 12 литров.

Задача №2.

Для приготовления супа берут 7 части воды, 3 части овощей и 2 части мяса. Всего получается 3600 грамм супа. Сколько грамм овощей потребуется?

Задача №3.

Для приготовления салата берут 4 части помидор, 3 части огурцов и 1 часть зелени. Всего получилось 480 грамм салата. Сколько грамм помидор было взято?

Задача №4.

Для приготовления варенья взяли 4 части сахара и 7 частей фруктов. Всего получилось 660 грамм варенья. Сколько грамм сахара было взято?

Задача №5.

У девочки было некоторое количество денег. После того, как она купила своему любимому попугаю Гоше корм на 83 копейки, у нее осталось еще 45 копеек.

27 августа 2010г.

Четвертая летняя Всероссийская конференция 2016 года
"Актуальные проблемы теории и практики образования"

Сколько денег было у Гошиной хозяйки в самом начале?

Задача №6.

Швейная мастерская закупила 2 сорта ткани всего 49 метров. Стоимость одного 110 рублей за 1 метр, стоимость другого 100 рублей за 1 метр. Сколько метров каждого сорта было куплено, если всего потратили 5150 рублей?

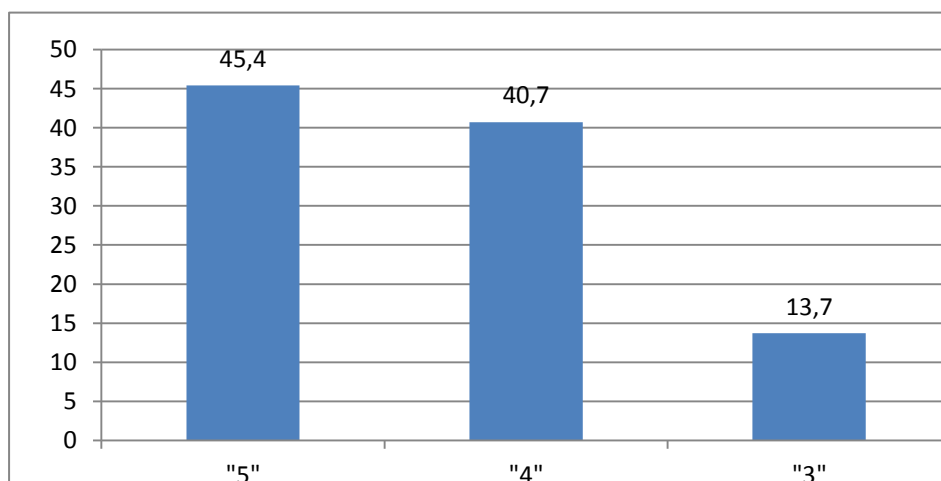
Глава IV. Заключение

В результате проделанной работы мною были выполнены задачи:

1. Изучила литература по данному вопросу.
2. Научилась составлять и решать несложные задачи.
3. Подготовила выступление перед своими одноклассниками.

Работая над этой темой, мне удалось узнать много интересной информации. Эти задачи отличаются от тех, которые мы решаем на уроках тем, что многие из них составлены моими одноклассниками. Я продолжу практическую часть работы на примере учащихся 5-х классов, обучив их приемам составления и решения задач, и мы на основе полученных результатов проведем анализ и составим брошюру «Сборник задач, решение которых сводится к составлению уравнения.»

Результаты решения контрольной работы «Решение задач на составление уравнения»



27 августа 2016г.

Четвертая летняя Всероссийская конференция 2016 года
"Актуальные проблемы теории и практики образования"

В классе -22 учащихся

Работу писали – 22 человека

Из них – на «5» - 10 человек (45,4%)

На «4» - 9 человек (40,7%)

На «3» - 3 человека (13,7%)

Глава V. Список использованных источников

1. Лурье М.В., Александров Б.И. задачи на составление уравнений. – М.: Наука, 1990. -95с.
2. Цыпкин А.Г., Пинский А.И. Справочник по методам решения задач по математике для средней школы. - М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. – 576с.
3. Говоров В.М., Дыбов П.Т., Мирошкин Н.В. Сборник конкурсных задач по математике (с методическими указаниями и решениями). – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. – 384с.
4. Груденко Я.И. Совершенствование методики работы учителя математики. Кн. для учителя. – М.: Просвещение, 1990.- 224с.
5. Виноградова Л.В. О задачах на составление уравнений. // Математика в школе. 1994 № 5.
6. Зеленский А.С. Подходы школьников к решению нестандартных задач. // Математика в школе. 2010 № 4.
7. Свежий взгляд на текстовые задачи. //Первое сентября. 2010. № 10.
8. Новые олимпиады по математике. // Первое сентября. 2009 № 15.

27 августа 2016г.

Четвертая летняя Всероссийская конференция 2016 года
"Актуальные проблемы теории и практики образования"