

Стрелкова Галина Александровна

преподаватель математики

Автономное учреждение Чувашской Республики начального

профессионального образования «Профессиональное училище №28

г. Мариинский Посад» Министерства образования и молодежной политики

Чувашской Республики

г. Мариинский Посад, Чувашская Республика

## ПЕРИОДИЧНОСТЬ ФУНКЦИЙ

Тип урока: Комбинированный.

Цели и задачи урока:

**Образовательные:** *формирование у обучающихся представлений о периодичности функции*

Задачи:

1) Ввести понятие периода в жизни и в математике, периодической функции как периодически сменяющихся циклических явлений в природе.

2) Показать построение графика периодической функции по её частям.

3) Показать нахождение значения периодической функции в любой точке, зная период и значение функции в одной точке.

**Развивающие:** *развитие логического мышления, математически грамотной речи, умения точно излагать свою мысль*

Задачи:

1) Организовать решение учащимися устных задач, построение графика, выполнение самостоятельной работы.

2) Расширять кругозор через сообщения учащихся по данной теме.

3) Развивать навыки сравнения, аналогии, выбора ответов, чертёжные навыки путем построения графиков учащимися.

**Воспитательные:** *воспитание добросовестного отношения к учебе, чувства ответственности за качественное выполнение задания и соблюдение режима дня, как необходимой формы существования*

Задачи:

1) Прививать любовь к предмету и воспитывать ответственность за качество выполняемой работы через письменные упражнения и тестирование.

2) Сформировать отношение к своему организму как частицы природы, которая живет в законах периодических ритмов, через выполнение физкультминутки и обобщение нового материала.

### **Ход урока**

В математике есть своя красота  
как в живописи и поэзии.

Н.Е.Жуковский

### **1.Организационный момент**

#### **Мотивация урока.**

Чтобы спорилось нужное дело,  
Чтобы в жизни не знать неудач,  
Мы в поход отправляемся смело –  
В мир загадок и сложных задач.  
Не беда, что идти далеко.  
Не боимся, что путь будет труден.  
Достижения крупные людям  
Никогда не давались легко.

#### **2. Сообщение темы урока: «Периодичность функции»**

Сегодня попытаемся показать связь математики и общей картины мира, что все живое и не живое подчинено одним законам, которые можно описать математическими методами (сравнение, анализ, обобщение, выбор, отбрасывание несущественного и т.д.). Может кому-то понравится заниматься исследовательской деятельностью, и он в дальнейшем будет изучать и развивать способы познания, интеллект, ум.

Одним из важнейших моментов получения новых знаний является повторение.

### **3. Актуализация опорных знаний**

Устная работа:

1. Когда речь идет о какой-либо функции, то, что нужно знать (формулу, график, свойства)?
2. На циферблате отметьте числа 6, 18, 30, 42, ...Добавьте ещё две цифры. Сделайте вывод.
3. Какие основные свойства можно назвать по графику?
4. Что общего и в чем различие между функциями?
5. Привести примеры явлений, которым свойственно повторяться. (Множество экологических факторов на нашей планете, в первую очередь световой режим, температура, давление и влажность воздуха, атмосферное и электромагнитное поле, морские приливы и отливы.)

### **4. Изучение нового материала**

1. Определение периодической функции и её периода.
2. Решение задач с использованием формулы периодической функции.

**Объяснение.**

Учитель: К числу самых распространенных механических движений в природе относятся повторяющиеся движения. Приведите примеры повторяющихся движений.

Учащиеся: Вращающиеся движения земли вокруг своей оси и вокруг солнца, вращение стрелок часов, колес автомобиля, биение сердца человека, морские приливы и отливы, смена дня и ночи, смена времен года, движение кольцевого автобуса по своему маршруту, работа двигателя внутреннего сгорания и другие.

Учитель: Весьма разнообразными повторяющимися движениями являются колебательные движения. Приведите примеры колебательных движений.

Учащиеся: Колебание маятника часов, автомобиля на рессорах, крыльев птиц, корабля на волнах и т.д.

Учитель: Колебания широко используют в различных технологических процессах и машинах. Приходится учитывать их вредные действия.

Сообщение учащегося:

«Статистика показывает, что около 80 % поломок и аварий в машиностроении является результатом недопустимых колебаний. Смертельно опасностью для самолетов одно время был так называемый «Флаттер» при некоторой заранее непредвиденной скорости самолет начинало трясти, и он разваливался в воздухе. Приходится учитывать возникновение колебаний при строительстве высотных сооружений, мостов (военные по мосту идут не в ногу)».

Учитель: Циклы движения в одних случаях, у маятников часов повторяются без изменения. Точно повторяющиеся движения называются периодическими.

Учитель: Какую функцию будем называть периодической? (Учащиеся ищут ответ на вопрос в учебнике и записывают в тетрадях. Работа в парах. Учащиеся обмениваются работами и проверяют их).

Определение: Функцию  $y=f(x)$ ,  $x \in X$ , называют периодической, если существует такое число  $T \neq 0$ , что для любого  $x$  из множества  $X$  выполняется двойное равенство:  $f(x-T)=f(x)=f(x+T)$ . Число  $T$ , удовлетворяющее указанному условию, называют периодом функций  $y=f(x)$ .

Учитель: Где вы встречались со словами период, периодический?

Ответы учащихся (учащиеся поясняют понятия):

- Периодическая дробь – бесконечная дробь, в которой, начиная с некоторого места, стоят только периодически повторяющиеся группы цифр.

- Период в музыке – построение, в котором изложено более или менее завершенная музыкальная мысль.

- Период геологический – время, в течение которого отлагались осадки, образующие геологическую систему. Геологический период – часть эры и разделяется на эпохи с периодом от 35 до 90 млн. лет.

- Период индукции в химии – время между началом реакции и моментом достижения ей скорости.

- Период покоя растений – период, во время которого почти полностью приостанавливаются ростовые процессы.

- Период полураспада радиоактивного вещества – время, в течение которого число атомов данного радиоактивного вещества уменьшается в два раза.

- Периодическая печать – печатные издания, появляющиеся в строго определенные сроки.

- Периодическая система Менделеева – свойство простых тел, также формы и соединений элементов, находящихся в периодической зависимости.

- Периодическое воспаление глаз – конъюнктивит.

Учитель: **Задание 1.** Какие из представленных функций являются периодическими?

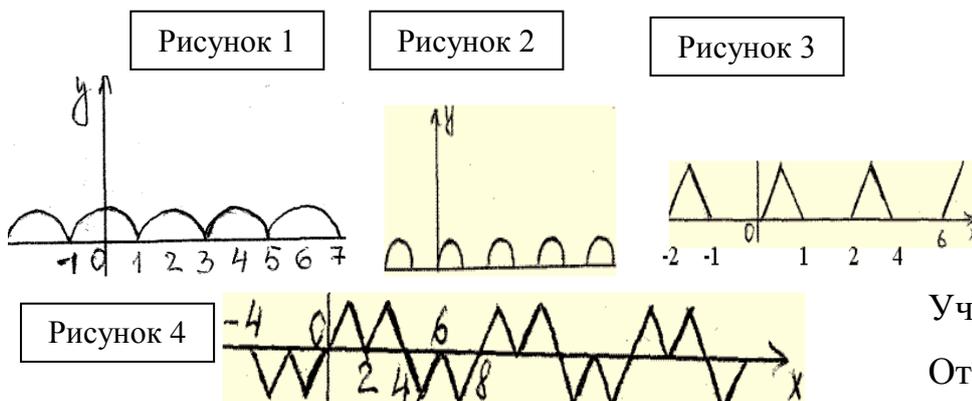
1)  $Y=kx+b$ ; 2)  $y=kx^n$ ; 3)  $y=x^{-n}$ ; 4)  $y=|x|$ ; 5)  $y=\sin x$ ; 6)  $y=\cos x$ .

Учащиеся:  $y=\sin x$ ,  $y=\cos x$ . Так как  $\sin(x-2\pi)=\sin x=\sin(x+2\pi)$

$\cos(x-2\pi)=\cos x=\cos(x+2\pi)$  справедливы для любого  $x$ , то  $y=\sin x$ ,  $y=\cos x$  являются периодическими, и число  $2\pi$  служит периодом и той и другой функции.

Учитель: По графику определите период функций:

**Задание 2.** На рисунках изображены части графиков некоторых периодических функций. Определите период функции на рисунках 1, 2, 3, 4.



Учащиеся:

Ответы:  $T=2$ ,  $T=2$ ,

$T=2$ ,  $T=8$ .

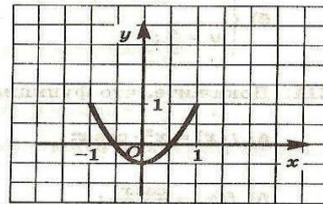
Учитель: Где в жизни вы встречались с построением повторяющихся элементов?

Ответ учащихся: Элементы орнаментов, народное творчество (таблица орнаментов, элементы вышивок).

Рисунок 5



Рисунок 6



Учитель: **Задание 3.** На рисунке 6 изображена часть графика периодической функции  $y=f(x)$  на  $[-1;1]$ , длина которого равна периоду.

Постройте график функции а) на  $[1;3]$ , б) на  $[-3;1]$ , на  $[3;7]$ .

(После выполнения задания учащиеся сравнивают свои рисунки с изображением на доске и ставят сами себе оценки).

Учитель: Одно из фундаментальных свойств живой природы - это цикличность большинства происходящих в ней процессов. Между движением небесных тел и живыми организмами на Земле существует связь. Живые организмы не только улавливают свет и тепло солнца и луны, но и обладают различными механизмами, точно определяющими положение Солнца, реагирующими на ритм приливов. Фазы Луны и движение нашей планеты влияют на ритм жизни человека, поэтому он должен жить по законам природы и соблюдать режим дня для сохранения своего здоровья.

#### **Задание 4. Коллективная работа**

Учитель: Как построить графики функций  $y=\sin x$ ,  $y=\cos x$ , не перечисляя всех точек?

Учащиеся: Необходимо построить волну  $[0; 2\pi]$  или  $[-\pi; \pi]$ , а затем сдвинуть волну по оси  $x$  на  $2\pi$  вправо, на  $2\pi$  влево. В итоге, с помощью одной волны мы можем построить весь график.

Учитель: сколько периодов у периодической функции?

Учащиеся: много.

Учитель:

### **Физкультминутка**

1. Простейшие упражнения для глаз.

- 1) вертикальные движения глаз вверх - вниз;
- 2) горизонтальное вправо - влево;
- 3) вращение глазами по часовой стрелке и против.

2. Также обязательны и упражнения на релаксацию. Дети поднимают руки в стороны и слегка наклоняются вперед. По команде учителя снимают напряжение в спине, шее и плечах. Корпус, голова и руки падают вниз, колени слегка подгибаются. Затем дети выпрямляются, последовательно разгибаясь в тазобедренном, поясничном и плечевом поясе, и принимают исходное положение. Упражнение повторяется в соответствии с организацией занятия.

3. Для улучшения мозгового кровообращения.

Исходное положение – сидя на стуле. Плавно наклонить голову назад (раз), наклонить голову вперед, не поднимая плеч (два). Повторить 4-6 раз. Темп медленный.

### **5. Решение задач на закрепление темы (у доски):**

**Учитель:**

Периодическая функция  $y=f(x)$  определена для всех действительных чисел. Её период равен 3 и  $f(1)=4$ . Найдите значение выражения  $6f(7)-5f(-2)$ .

Решение: 1)  $f(7)=f(1+2\cdot 3)=f(1)=4$ ;

2)  $f(-2)=f(1-3)=f(1)=4$ ;

3)  $6f(7)-5f(-2)=6\cdot 4-5\cdot 4=4$ .

Учащиеся:

1. Периодическая функция  $y=f(x)$  определена на всей числовой прямой. Ее период равен 4 и  $f(2)=-4$ . Найдите  $2f(-2)-f(6)+1$ .

2. Периодическая функция  $y=f(x)$  определена на всей числовой прямой. Ее период равен 4 и  $f(-3) = 2$ . Найдите  $f(25)$ , если  $5f(1)-3f(9) = 7$ .

**6. Работа по вариантам.** Тестирование (1 вариант - нечетные номера, 2 вариант - четные).

1. Периодическая нечетная функция  $y=f(x)$  определена на всей числовой прямой. Ее период равен 7 и  $f(-1)=3$ ,  $f(2)=-4$ . Найдите значение выражения  $f(-5)+f(6)+f(9)$ .

Ответ: а) -5; б) 5; в) 2; г) -2.

2. Периодическая четная функция  $y=f(x)$  определена на всей числовой прямой. Ее период равен 5 и  $f(1)=2$ . Найдите значение выражения  $3f(16)+f(-9)$ .

Ответ: а) -4; б) 4; в) -8; г) 8.

3. Периодическая функция  $y = f(x)$  определена для всех действительных чисел. Ее период равен 7 и  $f(11)=-2$ . Найдите значение выражения  $6+3f(-17)-5f(18)$ .

Ответ: а) -10; б) 10; в) 4; г) -4.

4. Периодическая функция  $y = f(x)$  определена для всех действительных чисел. Ее период равен 2 и  $f(1)=5$ . Найдите значение выражения  $3f(7)-4f(-3)$ .

Ответ: а) -1; б) 1; в) 4; г) -4.

5. Периодическая функция  $y=f(x)$  определена на всей числовой прямой. Ее период равен 7 и  $f(5)=-1$ . Найдите  $f(2)$ , если  $3f(-2)+5f(-5)=12$ .

Ответ: а) -2; б) 2; в) 3; г) -3.

6. Периодическая функция  $y=f(x)$  определена на всей числовой прямой. Ее период равен 4 и  $f(-3) = 2$ . Найдите  $f(18)$ , если  $5f(1) - 3 f(2) = 7$ .

Ответ: а) -5; б) 5; в) 1; г) 1

### 7. Работа в группах по 4 человека

1. Постройте с помощью программы Advanced Grapher графики функций:

1)  $y=\cos x$ ; 2)  $y=\sin x$ ; 3)  $y=\cos 2x$ ; 4)  $y=\sin 2x$ ; 5)  $y=\cos 1/2x$ ; 6)  $y=\sin 1/2x$

## **8. Домашнее задание**

1. Придумать и начертить каждому по одному примеру периодической и непериодической функции.

2. Составить каждому по три теста на нахождение значения функции в любой точке, зная период и значение функции в одной точке.

## **9. Рефлексия**

Послушайте притчу и выполните задание.

Шёл мудрец, а навстречу ему три человека, которые везли под горячим солнцем тележки с камнями для строительства храма. Мудрец остановился и задал каждому по вопросу. У первого спросил: «Что ты делал целый день?». А тот с ухмылкой ответил, что целый день возил проклятые камни. У второго мудрец спросил: «Что ты делал целый день?». И тот ответил: «А я добросовестно выполнял свою работу». Когда у третьего мудрец спросил: «Что ты делал целый день?». Третий улыбнулся, его лицо засветилось радостно, и с удовольствием ответил: «А я принял участие в строительстве храма».

Кто себя считает первым рабочим, обведите кружочком цифру 1.

Кто себя считает вторым рабочим, - цифру 2.

Если третьим - цифру 3.

1.Первый рабочий.

2.Второй рабочий.

3.Третий рабочий.

## **Используемая литература**

1. Дильман В.М. Большие биологические часы. Введение в интегральную медицину. – М.: Знание, 1986

2. Колмогоров А.Н. Алгебра и начала анализа: Учебник для 10 –11 кл. общеобразоват. учреждений. М.: Просвещение, 2003. – 384с.: ил.

3. Малахов Г.П. Биоритмиология и уринотерапия. – СПб.: АО «Комплекс», 1994